УДК 519.6

**ВИКОРИСТАННЯ ФРАКТАЛІВ В МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ СКЛАДНИХ ПРИРОДНИХ СИСТЕМ.**

**Новікова Наталія Володимирівна**

викладач вищої кваліфікаційної категорії, викладач-методист

Машинобудівний коледж Донбаської Державної Машинобудівної Академії

**Сагай Ольга Володимирівна**

викладач вищої кваліфікаційної категорії, викладач-методист

Машинобудівний коледж Донбаської Державної Машинобудівної Академії

Україна

**Анотація.** Обгрунтовано сучасну можливість та необхідність використання фракталів в математичному моделюванні складних природних систем в зв`язку з поширенням комп`ютерно-інтегрованих технологій. З`ясовано, які види фракталів застосовуються в тих чи інших математичних моделях. А також показано, як фрактальна математика за допомогою комп'ютера дозволяє будувати та досить просто вирішувати різні задачі при вивченні структури Всесвіту.

***Ключові слова:*** *фрактали, математичне моделювання, фрактальна геометрія, алгебраїчні фрактали, комп`ютерна графіка, фрактальне стиснення даних, комп'ютерне мистецтво.*

**Постановка проблеми.** Неможливо уявити собі сучасну науку без широкого застосування математичного моделювання. Сутність цього метода полягає в заміні вихідного об'єкта його «образом» - математичною моделлю - і в подальшому вивчення моделі за допомогою реалізованих на комп'ютерах обчислювально-логічних алгоритмах [1,c.9]. Математичне моделювання не заміняє собою математику, фізику та інші природничі дисципліни, а навпаки, синтезує їх, даючи нові додаткові стимули найрізноманітніших напрямів науки.

До недавнього часу геометричні моделі природних об'єктів зображувалися за допомогою комбінацій простих фігур: прямих, трикутників, кіл, сфер, багатогранників. Однак, за допомогою набору цих відомих фігур важко описати більш складні природні об'єкти: пористі матеріали, форми хмар, крони дерев, ін. Сучасна наука не може обійтися без нових комп'ютерних засобів. Вони виводять математику на надзвичайно високий рівень. Вивчаючи фрактали, вельми важко провести грань між математикою і інформатикою - так тісно вони переплелися в своєму прагненні відкрити унікальні моделі, які наближають нас до розуміння деяких природних процесів і явищ.

**Аналіз досліджень та публікацій.** Різні аспекти математичного моделювання розглядалися багатьма вченими. Взагалі були викладені різні підходи до побудови та аналізу математичних моделей, які є загальними для різних областей знань та залежать від конкретної специфіки. Так в працях Самарського О.О. та Михайлова О.П. розглянуті основні методи та приклади застосування математичного моделювання [1]. Увагу вчених Акаєва О.О. та Олексіїва Г.В., привернули механізми математичного моделювання і прогнозування довгострокового технологічного та економічного розвитку[2] , а також чисельне економіко-математичне моделювання і оптимізація [3]. Праці перелічених вчених відображають важливі, але лише певні сторони дослідження проблеми і не охоплюють усі потенціальні можливості застосування фрактальної математики у дослідженні Всесвіту.

**Мета стаття.** Проведені дослідження ставили за мету розглянути побудову математичних моделей з використанням фракталів та дослідити безліч можливостей їх застосування..

**Виклад основного матеріалу.** Народження фрактальної геометрії прийнято пов'язувати з виходом в 1977 році книги Мандельброта «Фрактальна геометрія природи». У ній використані наукові результати вчених, які працювали в період 1875-1925 рр. в тій же області. Серед них Пуанкаре, Фату, Жюліа, Кантор, Хаусдорф. Тільки в наш час вдалося об'єднати ці роботи в єдину систему.

    Фрактальна геометрія - це революція в математиці і математичному описі природи. Ось як про це пише сам першовідкривач фрактальної геометрії Бенуа Мандельброт: «Чому геометрію часто називають холодною і сухою? Одна з причин полягає в її нездатності описати форму хмари, гори, дерева або моря. Хмари-це не сфери, гори - це не конуси, лінії берега - це не кола, і кора не є гладкою, і блискавка не поширюється по прямій ... Природа демонструє нам не просто вищий ступінь, а зовсім інший рівень складності. Число різних масштабів довжин в структурах нескінченно ».

З математичної точки зору фрактал - це перш за все безліч дробової розмірності. Всім, хто вивчає геометрію, відомо, що розмірність відрізка дорівнює 1, квадрата-2, куба і паралелепіпеда-3. Дрібна розмірність-основна властивість фракталів. Якщо розглядати фрактальні об'єкти в різному масштабі, то неважко виявити одні й ті ж основні елементи. Ці повторювані закономірності визначають дробову (фрактальну) розмірність даного об'єкти. Так властивість самоподібності відображає головну особливість природних об'єктів, коли окрема клітина рослини або тварини несе в собі повну інформацію про весь організм.

Геометричні фрактали застосовуються для отримання моделей складних природних систем, таких, як крони дерев, гірські хребти, берегові лінії, поверхню Місяця, і т.д.[4, с.26] Деревовидні фрактали застосовуються для моделювання не тільки рослин, але і бронхіального дерева, роботи нирок, кровоносної системи. Ці фрактали будуються за допомогою рекурсивних процедур, систем ітерованих функцій, L-систем, і ін. Прикладами таких фракталів є трикутник Серпинського, сніжинка Коха, крива Леві і багато інших.

Крім геометричних фракталів розглядають ще алгебраїчні та стохастичні. Алгебраїчні фрактали - це найбільша група фракталів. Вони виправдовують свою назву, так як будуються на основі алгебраїчних формул, іноді досить простих. Отримують їх за допомогою нелінійних процесів в n-мірних просторах. Відомо, що нелінійні динамічні системи володіють декількома стійкими станами. Стан, в якому виявиться динамічна система після деякого числа ітерацій, залежить від початкових умов. Тому кожний стійкий стан (аттрактор) володіє деякою областю початкових умов, при яких система обов'язково перейде в розглянуті кінцеві стани. Таким чином, фазовий простір розбивається на області тяжіння аттракторів. Найвідомішими з них є безлічі Мандельброта і Жюліа, Басейни Ньютона і т.д.

Фрактали, при побудові яких випадковим чином будуть змінені будь-які параметри, називають стохастичними. Термін стохастичність походить від грецького слова, що означає «припущення». Стохастичним природним процесом є броунівський рух. За допомогою комп'ютера такі процеси будувати досить просто: треба просто задати послідовності випадкових чисел і налаштувати відповідний алгоритм. При цьому виходять об'єкти, дуже схожі на природні, - несиметричні дерева, порізані берегові лінії і так далі. Двовимірні стохастичні фрактали використовуються при моделюванні рельєфу місцевості і поверхні моря, процесу електролізу.

Головне застосування фракталів - сучасна комп'ютерна графіка. З їх допомогою можна створювати плоскі безлічі і поверхні дуже складної форми, за допомогою зміни параметрів в тому чи іншому рівнянні. Великий внесок в теорію фракталів вносять потужні сучасні комп'ютерні програми, які малюють листя дерев і папороті, штучні гірські ланцюги, хмари і не існуючі в природі планети з вигаданими океанами і континентами. Там, де попередні покоління вчених були змушені спрощувати свої рівняння або взагалі відмовлятися від них, ми можемо побачити їх суть на екрані дисплея. Природні процеси, представлені графічно, можна осягнути у всій їх складності, спираючись на нашу інтуїцію. При цьому стимулюються нові ідеї, нові асоціації, і у кожного, хто мислить в образах, пробуджується творчий потенціал.

     Дуже корисним використанням фракталів в комп'ютерній науці є фрактальне стиснення даних. В основі цього виду стиснення лежить той факт, що реальний світ добре описується фрактальною геометрією. При цьому картинки стискаються набагато краще, ніж це робиться звичайними методами. Перевага фрактального стиснення полягає в тому, що при збільшенні картинки не спостерігається ефекту пікселізації. При фрактальному стисненні після збільшення картинка часто виглядає навіть краще, ніж до нього.

 В телекомунікаціїях для передачі даних на відстань використовуються антени, що мають фрактальні форми, що сильно зменшує їх розміри і вагу.

    Теорія фракталів використовується і при вивченні структури Всесвіту. В біології це біосенсорні взаємодії і биття серця, моделювання хаотичних процесів, зокрема, при описі моделей популяцій. Вивчення механіки рідин і газів, турбулентності в потоках дуже добре підлаштовується під фрактали. Турбулентні потоки хаотичні, і тому дуже складно будувати їх моделі. І тут допомагає перехід до фрактального подання, що сильно полегшує роботу інженерам і фізикам, дозволяючи краще зрозуміти динаміку складних потоків.    За допомогою фракталів також можна моделювати язики полум'я і інші, ще більш складні, фізичні процеси. Фрактальні форми добре передають пористі матеріали, які мають дуже складну геометричну структуру. Ці знання використовуються в науці про нафту. Фрактали використовуються для опису кривизни поверхонь. Вони приходять на допомогу, наприклад, коли потрібно, за допомогою декількох коефіцієнтів, задати лінії і поверхні дуже складної форми.

Ще однією захоплюючою, але спірною областю застосування фракталів є комп'ютерне мистецтво. Фрактали не тільки служать ученим, а й допомагають художникам передавати їх думки, почуття і настрої, втілюючи найнеймовірніші фантазії [5,с.12]. У наш час живописець вже не може обійтися без комп'ютерної програми, яка будує химерні картини-фрактали.

**Висновки і пропозиції.** Аналіз використаного матеріалу дав змогу дійти висновку про результативність використання фракталів при побудові математичних моделей різноманітних явищ та процесів. Проведене дослідження, звичайно, не вичерпує всіх можливостей використання фрактальної математики. Комп'ютери стають дедалі потужнішими, і все більш тонкі ефекти вони дозволяють нам спостерігати на екрані дисплея. Нас чекає ще багато цікавих і незвичайних знахідок.

**Список використаних джерел:**

1. Самарський О.О. Математичне моделювання: Ідеї. Методи. Приклади. / О.О. Самарський, О.П. Михайлов - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2005- 320с.
2. Акаєв О.О. Математичне моделювання і прогнозування довгострокового технологічного та економічного розвитку / О.О. Акаев. - М.: Ленанд, 2015. - 352 c.
3. Олексіїв Г.В. Чисельне економіко-математичне моделювання і оптимізація / Г.В. Олексіїв. - СПб.: Гиорд, 2014. - 272 c.
4. Азевич А.И. Фракталы: геометрия и искусство/ А.И. Азевич// Математика в школе. - 2005. - №5. – С. 26-28
5. Волошников А.В. Математика та мистецтво/ А.В. Волошников. - К.: Освіта, 2000.
6. USING OF FRACTALS FOR MATHEMATICAL MODELING OF COMPLEX NATURAL SYSTEMS
7. Novikova Nataliia Volodymyrivna
8. a teacher of the highest qualification category, a teacher-methodologist
9. Machine Building College of Donbass State Machine Building Academy
10. Sahai Olha Volodymyrivna
11. a teacher of the highest qualification category, a teacher-methodologist
12. Machine Building College of Donbass State Machine Building Academy
13. Ukraine
14. Annotation. The paper proves the current possibility and necessity of using fractals for mathematical modeling of complex natural systems in connection with the proliferation of computer-integrated technologies. It explains which types of fractals are used in certain mathematical models. It also shows the way fractal mathematics allows setting tasks and finding simple solutions to various problems with the help of a computer while studying the structure of the universe.
15. Keywords: fractals, mathematical modeling, fractal geometry, algebraic fractals, computer graphics, fractal data compression, computer art.